Ex 1.

1. $2p$: $n=2,\ \ell=1$ $\quad E = -\frac{R}{n^2}$ pour $n=2$ $\quad E_{n=2} = -\frac{R}{4}$

$m=-1, 0, 1$

$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

deg: 6 (incluant spin)

2. base decouplé : $|n=2, \ell=1, m=-1, s=\frac{1}{2}, m_s=-\frac{1}{2}\rangle$

$|$ — , — $m=0$ — , — $\rangle$

$|$ — , — $m=1$ — , — $\rangle$

$|$ — , — $m=-1,$ $m_s=\frac{1}{2}\rangle$

$|$ — , — $m=0$ — , — $\rangle$

$|$ — , — $m=1$ — , — $\rangle$

3. base couplé : $|n=2, \ell=1, s=\frac{1}{2}, j=\frac{1}{2}, m_j=-\frac{1}{2}\rangle$

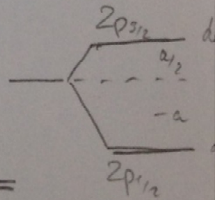
$|$ — , — $j=\frac{1}{2}, m_j=\frac{1}{2}\rangle$

$|n=2, \ell=1, s=\frac{1}{2}, j=\frac{3}{2}, m_j=-\frac{3}{2}\rangle$

$|$ — , — $j=\frac{3}{2}\ m_j=-\frac{1}{2}\rangle$

$|$ — , — $j=\frac{3}{2}\ m_j=\frac{1}{2}\rangle$

$|$ — , — $j=\frac{3}{2}\ m_j=\frac{3}{2}\rangle$



4. avec $H_{so} = a\,\ell.s = \frac{a}{2}\left(j^2-\ell^2-s^2\right)$ on a :

$\Delta E_{j=1/2} = \frac{a}{2}\langle —, — j=\frac{1}{2}, m_j=\pm\frac{1}{2} | j^2-\ell^2-s^2 | —, — j=\frac{1}{2}, m_j=\pm\frac{1}{2}\rangle =$

$= \frac{a\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}+1\right) - 1\cdot(1+1) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\right) = -a\hbar^2$, deg : 2

$\Delta E_{j=3/2} = \frac{a}{2}\langle —, — j=\frac{3}{2}, m_j=\pm\frac{1}{2},\frac{3}{2} | j^2-\ell^2-s^2 | —, — j=\frac{3}{2}, m_j=\pm\frac{1}{2},\frac{3}{2}\rangle =$

$= \frac{a\hbar^2}{2}\left(\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}+1\right) - 1(1+1) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\right) = \frac{a}{2}\hbar^2$ deg : 4

Ex 2.

1. $W = \begin{cases} -\frac{e^2}{r_0} + \frac{e^2}{r} & \text{pour } r < r_0 \\ 0 & \text{pour } r > r_0 . \end{cases}$

2. 2s : $E_{2s} = -\frac{R}{4}$, 2p : $E_{2p} = -\frac{R}{4}$ meme energie

3. $$\Delta E_{nl} = \int_0^\infty R_{nl}^2(r)\, W(r)\, r^2 dr$$

$$= \int_0^{r_0} R_{nl}^2(r) \left(-\frac{e^2}{r_0} + \frac{e^2}{r} \right) r^2 dr$$

$$\approx R_{nl}^2(r=0) \left[-\frac{e^2}{r_0} \int_0^{r_0} r^2 dr + e^2 \int_0^{r_0} r\, dr \right]$$

$$\approx R_{nl}^2(r=0) \left[-\frac{e^2}{r_0} \frac{r_0^3}{3} + e^2 \frac{r_0^2}{2} \right]$$

$$= R_{nl}^2(r=0) \left[\frac{e^2 r_0^2}{6} \right]$$

pour 2s : $R_{nl}^2(r=0) = \frac{1}{2a_0^3} \Rightarrow \Delta E_{2s} = \frac{e^2}{12} \cdot \frac{1}{a_0} \cdot \left(\frac{r_0}{a_0} \right)^2$

pour 2p $R_{nl}^2(r=0) = 0 \Rightarrow \Delta E_{2p} = 0$

donc: deg. 2s, 2p est levée.

Ex 3.

1. pour $l=0$, $H_{s_0} \sim l.s$, donc $H_{s_0}=0$

2. $H_{pn} = \frac{A}{\hbar^2} I_p . I_n = \frac{A}{2\hbar^2}(I^2 - I_p^2 - I_n^2)$

dans la base couplé : $I_p = 1/2$, $I_n = 1/2 \Rightarrow I = 0, 1$

$|I_p = 1/2, I_n = 1/2, I = 0, M_I = 0\rangle$

$|I_p = 1/2, I_n = 1/2\ I = 1, M_I = 0, \pm 1\rangle$

pour $I = 0$: $\Delta E_{I=0} = \frac{A}{2\hbar^2}\langle I_p = 1/2, I_n = 1/2, I=0, M_I | I^2 - I_p^2 - I_n^2 | I_p I_n I =$

$= -\frac{3}{4}A$

pour $I=1$: $\Delta E_{I=1} = \frac{A}{2\hbar^2}\langle I_p = 1/2, I_n = 1/2, I=1, M_I | I^2 - I_p^2 - I_n^2 | I_p I_n I = 1$

$= \frac{1}{4}A$

pour $A<0$, on a $\Delta E_{I=1} < \Delta E_{I=0}$,

fondamental pour $I=1$

3. pour $I=1$, $l=0$, $s=1/2$, on a : $F=\frac{1}{2}$ et $F=\frac{3}{2}$

pour $F=1/2$, $M_F = \pm 1/2$

pour $F = 3/2$, $M_F = \pm 3/2, \pm 1/2$